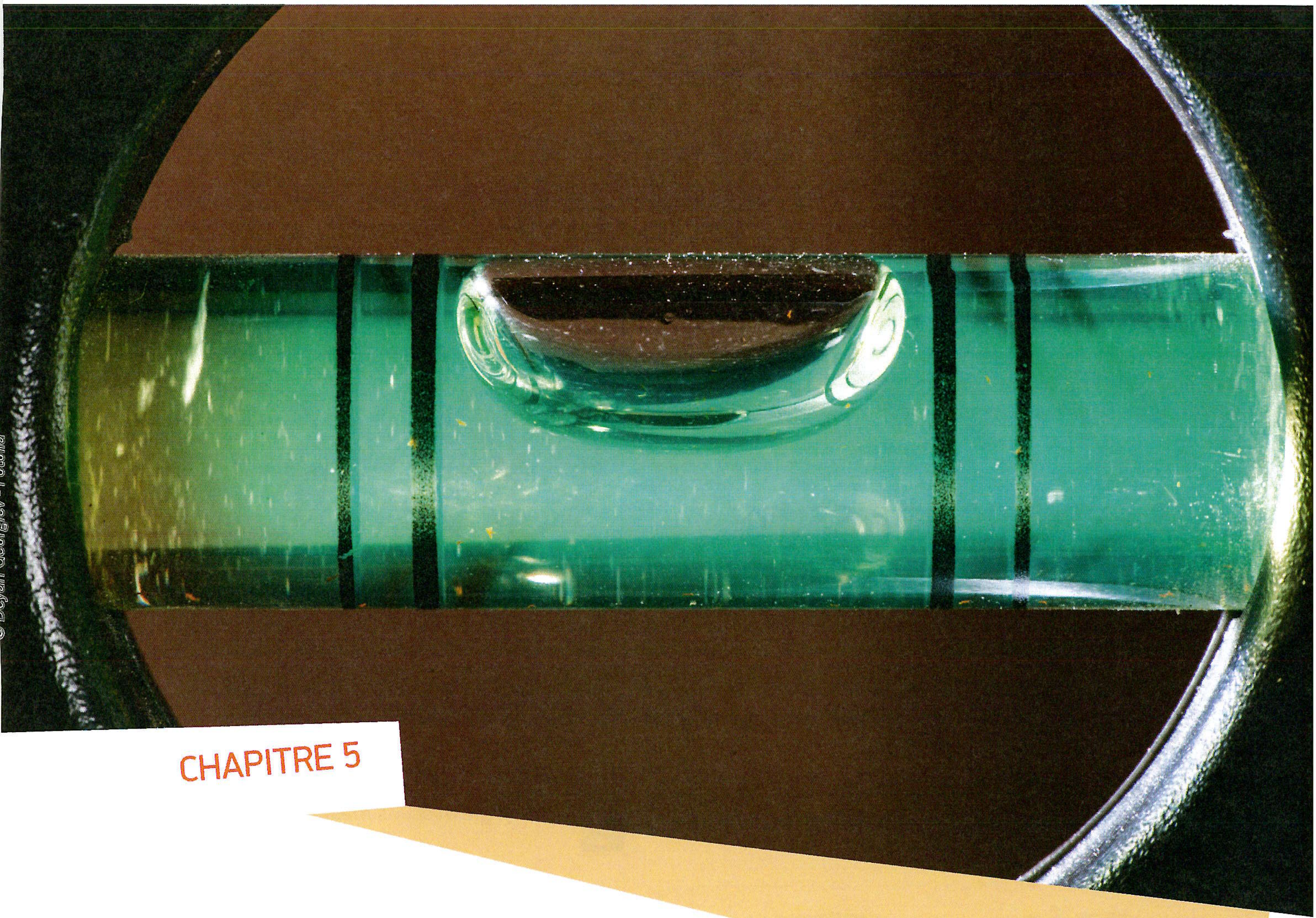


CHAPITRE 5

LA BONNE MESURE

La perfection n'étant pas de ce monde, toute mesure peut être entachée d'erreurs. Aucun client ne peut exiger la tolérance zéro : c'est pourquoi le cahier des charges doit fixer la marge d'erreur tolérable, le seuil à ne pas dépasser ! La loi a donc imposé, pour les travaux effectués pour le compte de l'administration, des tolérances légales, dont pourra s'inspirer la clientèle privée.

I. LES ERREURS DE MESURE

A. Sortes d'erreurs

Quand un géomètre-topographe effectue une mesure, il s'expose à une multitude d'erreurs qui ne sont pas forcément de son fait ; on distinguera les erreurs sytématiques (ES) des erreurs accidentelles (EA).

Erreur totale = ES + EA

Prenons l'exemple d'un tir à la carabine :

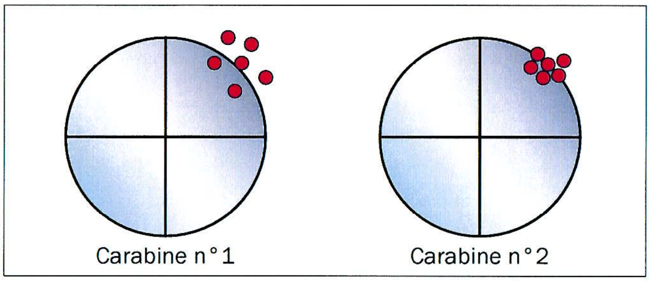


Figure 113. © ECS

On observe sur ces deux schémas que les deux carabines tirent systématiquement largement à côté du centre de la cible : elles ne sont pas justes, ou mal réglées.

Par contre, la carabine n° 2 semble plus précise que la carabine n° 1, sa dispersion étant plus faible.

Si je règle mes deux carabines, ou si je vise systématiquement en bas à gauche du centre de la cible, voici ce que j'obtiens :

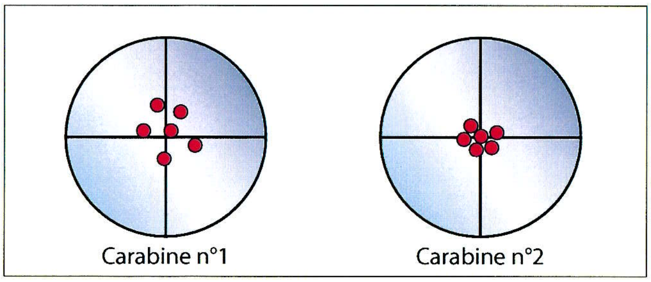


Figure 114. © ECS

On peut donc viser juste avec une carabine déréglée : il suffit de tenir compte de ce déréglage ou de la régler !

Maintenant, je tire avec appui, et au moyen d'une lunette :

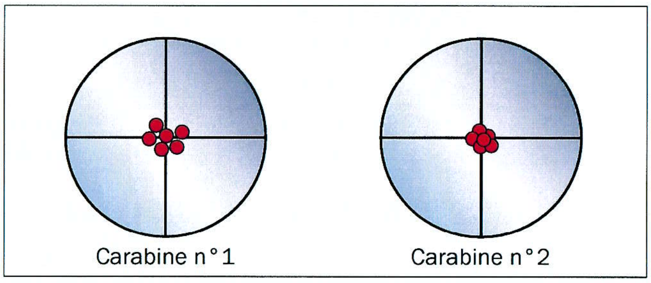


Figure 115. © ECS

La dispersion s'est nettement améliorée dans les deux cas : la façon d'utiliser la carabine joue sur la précision du tir. On pourrait ajouter aussi qu'un vent fort aurait dégradé le tir : les conditions météorologiques ne sont donc pas étrangères à la qualité des visées !

L'analogie avec les mesures est évidente !

B. Erreurs systématiques

L'erreur systématique est une erreur qui se reproduit toujours de la même façon dans les mêmes conditions de mesure.

Exemples :

- un ruban de 30 m qui est trop long de 5 cm causera une erreur de 20 cm à 120 m ;
- un ruban qui s'allonge de 1 mm pour 1 degré d'accroissement de température s'allongera de 12 mm pour un accroissement de température de 12° ;
- un niveau dont la nivelle est déréglée aura systématiquement sa visée inclinée d'un angle constant chaque fois que la nivelle sera calée.

Ces erreurs, qui peuvent être importantes en valeur, ne sont pas graves pour le géomètre qui peut les éliminer après les avoir détectées : par calcul, par mode opératoire ou, mieux, par réglage.

Les erreurs systématiques s'éliminent :

- **Par calcul :**

  Il suffit de connaître la valeur de l'erreur au moyen d'une série de mesures. Ce calcul peut être d'ailleurs programmé dans un logiciel ou dans la mémoire de l'instrument !

Exemple

Un niveau accuse une erreur de 5 mm à 50 m à cause du déréglage de sa nivelle. Si l'on fait une lecture L = 1,500 à une distance de 60 m, l'erreur sur cette visée est donc de 6 mm ! La lecture corrigée est donc :

L = 1,494

Un niveau numérique peut mémoriser l'erreur et corriger automatiquement toutes les lectures prochaines.

- **Par mode opératoire :**

  C'est une façon d'utiliser l'instrument pour éliminer une erreur systématique.

Exemple : une dénivelée entre 2 points est égale à :

Lecture arrière – Lecture avant

Le niveau est déréglé : si on stationne à égale distance des points Arrière et Avant, les deux erreurs de lecture sont égales et s'éliminent dans le calcul de la dénivelée.

La plupart des erreurs systématiques du théodolite s'annulent par symétrie provoquée par le double retournement : visées en positions I et II.

- **Par réglage de l'instrument :**

  Quand c'est possible et simple, c'est la solution préférable, ce qui permet d'éviter des oublis fâcheux. Certains réglages délicats seront effectués en atelier spécialisé !

Remarque : certains instruments sont construits avec une telle qualité que l'on peut considérer qu'ils sont quasiment justes et parfaits :

- mire Invar en nivellement direct ;
- barre stadimétrique au carbone en mesure de distances ;
- ruban Invar en mesure de distances ;
- plaque à quadriller pour les reports manuels.

C. Erreurs accidentelles

L'erreur accidentelle provient essentiellement :

- de l'imperfection de construction de l'instrument (plus un instrument est précis, plus il est coûteux) ;
- de la dextérité de l'opérateur et du porte-prisme : un mauvais usage de l'instrument ou un mauvais procédé de mesure génèrent de l'imprécision ;
- des conditions météorologiques : les effluves affectent notamment les mesures rasantes...

Contrairement à l'erreur systématique, l'erreur accidentelle ne s'élimine pas ; elle se limite, par l'emploi d'un instrument approprié et d'une méthode de mesure adéquate, sous des conditions météorologiques favorables, par un opérateur chevronné.

Les tests divers (effectués sur le terrain ou en laboratoire) permettent de connaître la précision des instruments : on parle d'écart-type σ, dont la loi d'accumulation obéit à des critères complètement différents de ceux qui régissent les erreurs systématiques. La loi des probabilités intervient pleinement dans ce domaine.

Les erreurs accidentelles ne s'éliminent pas : elles se limitent.

Remarque : toute erreur systématique négligée ou mal éliminée grossit le rang des erreurs accidentelles.

À titre indicatif, le tableau suivant donne les précisions des instruments couramment utilisés dans la profession.

Mesure	Instrument	Écart-type moyen
Distances	Ruban à plat	1 cm à 100 m
	Ruban en suspendu	3 cm à 100 m
	Distancemètre à main	5 mm à 50 m
	Distancemètre ordinaire	3 mm ± 3 ppm
	Distancemètre de précision	1 mm ± 1 ppm
Angles	Théodolite ordinaire	1,5 mgon
	Théodolite de précision	5 dmgon
	Gyroscope	6 mgon
Dénivelées	Niveau ordinaire	5 mm au km
	Niveau de précision	2 mm au km
	Niveau de haute précision	0,01 mm par visée
Récepteur GNSS	Statique long	3 mm ± 1 ppm en E,N
	Cinématique	2 cm ± 5 ppm en E,N
Remarque : un ppm correspond à un mm au km.		

Tableau 23. Instruments de mesure et écarts-types moyens

D. La faute

C'est une erreur grossière qui doit absolument être évitée car elle est inacceptable. Elle est due à la négligence ou à l'inattention de l'opérateur : plus elle est grosse, plus elle est détectable. Les tolérances légales vont imposer des seuils d'écarts à ne pas dépasser : tout écart supérieur à de tels seuils sera considéré comme une **faute**. En matière d'écart-type, on considère qu'il y a faute lorsqu'un écart de mesure dépasse 2,58 fois l'écart-type (voir plus loin).

Exemple

On impose une fermeture de cheminement de nivellement égale à 20 mm. Si les calculs donnent une fermeture de 10 mm, cela signifie que l'instrument et la méthode choisis étaient parfaitement adaptés.

Si les calculs donnent une fermeture de 30 mm, il y a faute : cela signifie que le travail a été bâclé ou que les instruments et méthodes sont inadaptés.

Enfin, si les calculs donnent une fermeture de 1 m, cela signifie qu'une erreur grossière existe dans les mesures, qui doit être facilement détectée.

Pour une accumulation de n mesures :

- Erreur totale = n.ES + EA.$\sqrt{n}$
- Erreur totale < Tolérance

II. LOI DE COMPOSITION DES ERREURS ACCIDENTELLES

L'erreur systématique a un signe : on peut donc aisément la corriger. L'erreur accidentelle n'a pas de signe (il faudrait mettre ± devant sa valeur) : on ne peut donc qu'estimer le résultat avec une fourchette de précision qui dépendra de l'écart-type de l'instrument et du procédé de mesure.

A. L'écart-type

L'écart-type est la valeur qui caractérise la précision moyenne d'un instrument. Il est facile de dégager cet écart-type en effectuant une série de mesures identiques : plus la série sera importante, meilleure sera la valeur de l'écart-type.

Prenons un exemple :

Mesures	Écarts en mgon	Écarts au carré	Écart-type
72,740	−2	4	
72,745	+3	9	
72,742	0	0	
72,742	0	0	
72,740	−2	4	$\sigma = \sqrt{\sum \frac{e^2}{n-1}}$
72,742	0	0	$= 2$ mgon
72,743	+1	1	
72,746	+4	16	
72,741	−1	1	
72,742	0	0	
Moyenne : 72,742 gon			

Tableau 24. Exemple d'un angle mesuré 10 fois par un théodolite

Analysons le test. On s'aperçoit que :

- la dispersion maximum est de 6 mgon (écart entre les valeurs extrêmes) ;
- sept lectures sur 10 sont ≤ à l'écart-type ;
- le plus gros écart obtenu est de 4 mgon.

Ce résultat obéit à la loi de Gauss, à savoir qu'on a deux chances sur trois de ne pas dépasser l'écart-type et qu'on a de moins en moins de chance de s'en éloigner. L'écart-type maximum est fixé à 2,58 σ ; tout écart qui dépasse ce seuil appelé **tolérance** est considéré comme une **faute** de mesure.

Écart-type maximum = Tolérance = 2,58 σ

Mathématiquement, on a une chance sur 100 de commettre une faute. Professionnellement, il faut tout mettre en œuvre pour réduire cette possibilité à néant : par les contrôles des mesures.

Le respect d'une tolérance oblige à mesurer avec la précision de l'écart-type !

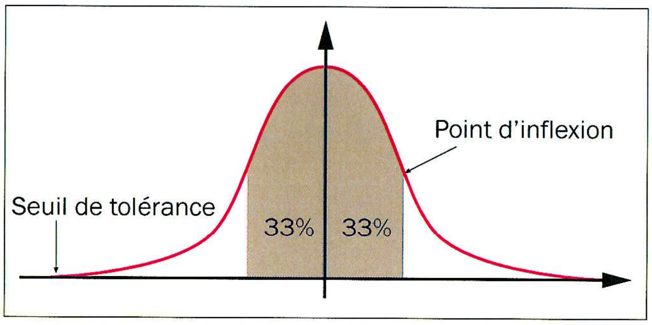


Figure 116. Courbe de Gauss © ECS

La courbe ci-dessus a une allure normale : le point d'inflexion marque la limite de l'écart-type σ.

On voit que 66 % des mesures sont inférieures ou égales à cet écart-type.

B. Loi d'accumulation

Il est intéressant de voir comment les σ s'accumulent : on les appelle aussi erreurs quadratiques car elles se cumulent par leurs carrés.

$$\text{Erreur totale} = \sqrt{\sigma 1^2 + \sigma 2^2 + \sigma 3^2 + \dots}$$

Exemple

Quand on lit sur une mire au moyen d'un niveau, on admet les erreurs accidentelles suivantes :

- $\sigma 1 = \sigma$ dû au calage de la nivelle = 0,3 mm
- $\sigma 2 = \sigma$ dû à la mise au point = 0,2 mm
- $\sigma 3 = \sigma$ dû à l'interpolation sur la mire = 1 mm
- $\sigma 4 = \sigma$ dû à l'erreur de pose de la mire = 0,5 mm

L'erreur totale est donc :

$$\sigma t = \sqrt{0,3^2 + 0,2^2 + 1^2 + 0,5^2} = 1,2\,\text{mm}$$

Quand les erreurs individuelles sont de même nature, on peut simplifier la formule précédente :

$$\text{Erreur totale} = \sigma_i \sqrt{n}$$

Exemple

Avec le même niveau que celui de l'exemple précédent, j'effectue une cheminement de 12 dénivelées, soit 24 visées. L'erreur totale à craindre à la fin est de :

$$1,2\,\text{mm}\sqrt{24} = 6\,\text{mm}$$

L'erreur totale croît lentement !

C. Écart-type d'une moyenne

À l'évidence, il est bon de répéter plusieurs fois la même mesure, action que l'on appelle **réitération**. L'intérêt est double : la réitération permet de contrôler les écarts entre plusieurs séries de mesure, et améliore dans le même temps la précision du résultat moyen. Ainsi, l'écart-type sur une distance mesurée aller-retour est améliorée de $\sqrt{2}$ fois. Un angle mesuré 4 fois voit sa précision doublée... Pour n réitérations, on a :

$$\sigma\,\text{moyen} = \frac{\sigma\,\text{total}}{\sqrt{n}}$$

La précision d'une moyenne croît, hélas, lentement !

On remarquera que la réitération est un moyen qui permet d'accéder à une précision que ne peut pas garantir l'instrument. Mais on ne dépassera pas 4 réitérations si possible !

Exemple

La fermeture d'un cheminement de nivellement simple est donnée pour 6 mm alors que la tolérance imposée est de : T = 10 mm, soit un écart-type de 4 mm.

Si j'effectue 3 lectures sur mire à chaque visée, j'améliore la lecture moyenne de $\sqrt{3}$ fois. L'erreur totale devient donc $\frac{6}{\sqrt{3}}$ soit 3,5 mm. C'est donc compatible avec le cahier des charges.

La réitération améliore la précision instrumentale.

D. Écart-type d'une combinaison

On entre ici dans un domaine plus complexe, où il s'agit de vérifier l'influence de plusieurs écarts-types dans une équation à plusieurs variables. On utilise l'équation différentielle « accidentelle » qui se caractérise par une somme des carrés des différentielles partielles f'(x) :

$$(f'e.\sigma e)^2 = (f'a.\sigma a)^2 + (f'b.\sigma b)^2 + (f'c.\sigma c)^2 + \dots$$

Avec trois règles strictes à observer :

- s'assurer d'une **somme** des carrés (pas de signes moins) ;
- ne mettre aucun terme en **facteur** ;
- remplacer la valeur de l'écart angulaire, qui doit être exprimé en radians (pas les angles), par la **tangente** de cet écart.

Exemple

On a $\sin(B) = b.\frac{\sin(A)}{a}$

avec : a = 130,15 m avec un écart-type de 1 cm

b = 95,40 m avec un écart-type de 1 cm

A = 61,136 gon avec un écart-type de 3 mgon

D'où :

$$B = 41{,}015 \text{ gon}$$

On a alors :

$$dB.\cos(B) = db.\frac{\sin(A)}{a} + b.dA.\frac{\cos(A)}{a} - b.da.\frac{\sin(A)}{a^2}$$

et :

$$(\sigma b.\cos(B))^2 = \left(\sigma b.\frac{\sin(A)}{a}\right)^2 + \left(\sigma A.b.\frac{\cos(A)}{a}\right)^2 + \left(-\sigma a.b.\frac{\sin(A)}{a^2}\right)^2$$
$$= 4.10^{-9} + 3{,}9.10^{-10} + 4{,}7.10^{-9}$$

d'où :

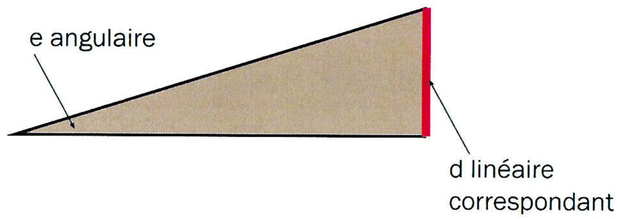
$$\sigma B = 0{,}0001005 \text{ radian}$$

et

$$\sigma B = 6{,}4 \text{ mgon } (T = 16{,}5 \text{ mgon})$$

III. ERREURS COURANTES EN TOPOGRAPHIE

Il est utile de donner ici quelques ordres de grandeur de précisions à attendre de diverses opérations topographiques courantes. On rappelle à cet effet qu'un ppm équivaut à 1 mm/km et qu'une erreur angulaire doit être transformée en erreur linéaire transversale :



d linéaire = tan (e angulaire).D

avec D = distance de la visée

Figure 117. © ECS

Opération et instrument	Écart-type instrumental	Précision attendue	Commentaire
Mesure d'une base au ruban, à plat	1 cm à 100 m	Longueur de la base : 250 m $\sigma = 1\sqrt{2{,}5} = 1{,}6$ cm T = 4 cm	250 = 2,5 fois 100 m
Mesure d'une base au ruban, en suspendu	3 cm à 100 m	Longueur de la base : 180 m $\sigma = 3\sqrt{1{,}8} = 4$ cm T = 10 cm	
Mesure d'une distance au distancemètre	5 mm ±5 ppm	Distance = 300 m $\sigma = \sqrt{(5)^2 + (0{,}3 \times 5)^2} = 5{,}2$ mm T = 13 mm	On peut limiter l'écart-type d'une distance tachéométrique (D < 300 m) au premier terme : 5 mm !
Mesure d'une grande distance au distancemètre	3 mm ±3 ppm	Distance = 1200 m $\sigma = \sqrt{(3)^2 + (1{,}2 \times 3)^2} = 4{,}7$ mm T = 12 mm	Au-delà de 300 m, on tient compte des ppm !
Rayonnement au tachéomètre	5 mm ±5 ppm 1,5 mgon	Visée de 300 m $\sigma D = 5$ mm $\sigma T = D.\tan(\sigma AZ) = 7$ mm $\sigma R = \sqrt{(\sigma D)^2 + (\sigma T)^2} = 8{,}6$ mm T = 22 mm	La précision INTERNE d'un point rayonné est au maximum de 2 cm avec cet instrument.
Intersection au théodolite	5 dmgon	2 visées de 500 m $\sigma T_1 = \sigma T_2 = 3{,}9$mm $\sigma i = \sqrt{(\sigma T_1)^2 + (\sigma T_2)^2} = 5{,}5$ mm T = 14 mm	
Intersection spatiale en métrologie	3 dmgon	2 visées de 20 m $\sigma T_1 = \sigma T_2 = 0{,}1$ mm $\sigma = 0{,}14$ mm T = 0,4 mm	L'intersection est très précise à courte distance !
Nivellement indirect au tachéomètre	3 mm ±3 ppm 1 mgon	Visée de 300 m $\sigma D = 3$mm $\sigma T = 4{,}7$mm $\sigma Z = \sqrt{(\sigma D)^2 + (\sigma T)^2} = 5{,}6$ mm T = 14 mm	Le nivellement indirect est centimétrique !
Nivellement direct au niveau	5 mm/km	Cheminement de 1,6 km avec 3 lectures sur mire $\sigma Z = \frac{5 \times \sqrt{1{,}6}}{\sqrt{3}} = 3{,}7$ mm T = 9,4 mm	
Positionnement au GNSS	5 mm ±1 ppm	Ligne de base de 13 km $\sigma P = \sqrt{(5)^2 + (13 \times 1)^2} = 14$ mm T = 36 mm	La précision du positionnement se dégrade avec la distance.

Tableau 25. Tableau des erreurs courantes d'opérations topométriques

IV. ERREUR DUE AU RATTACHEMENT

Le rattachement d'un lever consiste à passer d'un système **local** (interne) à un système **général national** (absolu) : RGF93 pour la planimétrie et NGF (IGN69) pour l'altimétrie.

Nous venons de voir les erreurs qui affectent les mesures topométriques : ce sont les erreurs **internes**. Elles dépendent essentiellement de la qualité des instruments et des méthodes utilisés. Il existe une autre erreur qui risque d'affecter les résultats finals : c'est l'erreur de rattachement. Le fait de rattacher un système **local** au système **national** peut dégrader la précision interne d'un lever.

Le rattachement peut dégrader la précision interne.

Rappelons à cet effet les précisions des repères qui serviront au rattachement :

- NTF calculé en RGF93 : écart-type = 5 à 10 cm
- RGF93 sur bornes : écart-type = 2 cm
- RGF93 par RGP statique : écart-type = 5 mm
- NGF 4ᵉ ordre : écart-type ≈ 4 mm

On remarquera aussi que la représentation plane imposée par la projection Lambert en planimétrie **déforme** mais ne **dégrade** pas !

A. Précision interne non dégradée

À partir d'un exemple simple, on démontre que la précision **interne** d'un lever n'est pas forcément dégradée par le rattachement. Soit deux points de niveau dont les altitudes sont connues dans un système local, au mm près :

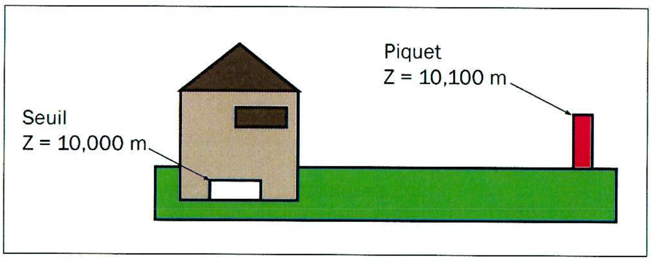


Figure 118. © ECS

Si on rattache le seuil à un repère de nivellement RN1 (ou même en point nodal !), l'altitude du seuil sera désormais connue en NGF. Si la précision du repère est de 5 mm et si le cheminement nécessaire au rattachement a cumulé une erreur de 3 mm, l'erreur globale qui affectera l'altitude du seuil sera de $\sqrt{5^2+3^2}$, soit 6 mm.

Système	Points	Altitude Z	Précision interne	Précision absolue
Local	Seuil	10,000 m	1 mm	
	Piquet	10,100 m		
National NGF	Seuil	26,352 m	1 mm	6 mm
	Piquet	26,452 m		

Tableau 26

La précision interne n'est pas altérée car le rattachement n'a été effectué qu'au moyen d'un **seul** repère.

Les cheminements fermés préservent la précision interne.

B. Précision interne dégradée

Si on rattache le seuil à un repère RN1 puis le piquet à un repère RN2, dans les mêmes conditions de précision, la précision interne s'en trouvera forcément dégradée car les erreurs sur les repères RN1 et RN2 ne sont pas obligatoirement dans le même sens !

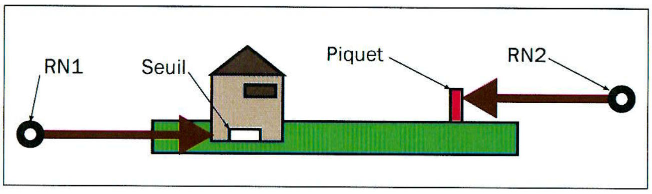


Figure 119. © ECS

Système	Points	Altitude Z	Précision interne	Précision absolue
Local	Seuil	10,000 m	1 mm	
	Piquet	10,100 m		
National NGF	Seuil	26,352 m	8,5 mm	6 mm
	Piquet	26,460 m	$\sqrt{6^2+6^2}$	

Tableau 27

C. Conclusion

Le rattachement d'un système local à un système national dégrade la précision absolue. Cette dégradation dépend de la qualité des points qui permettent ce rattachement.

Le rattachement d'un système local à un système général au moyen d'un seul point connu du système général (et une visée d'orientation) ne dégrade pas la précision interne : cas des cheminements fermés.

Le rattachement d'un système local à un système général au moyen de plusieurs points connus du système général dégrade la précision interne. Cette dégradation dépend de la qualité des points connus.

Les moyens nécessaires à ce rattachement (visées, rayonnements, cheminements...) provoquent souvent une dégradation supplémentaire.

Le rattachement à plusieurs points connus présente en contrepartie l'avantage de bénéficier de plusieurs références ou de pouvoir contrôler par encadrement ou point nodal !

Remarque : il est dit plus avant que l'erreur maximum est égale à 2,58 fois l'écart-type. Certains auteurs préconisent le nombre 2,66 (8/3) au lieu de 2,58. En réalité, les 2 valeurs sont correctes, le nombre 2,58 s'appliquant à l'écart-type, calculé avec le quotient (n – 1) dans la formule générale, tandis que le nombre 2,66 s'applique au calcul de l'erreur moyenne quadratique emq, calculée avec le quotient n. Cela dit, la différence est peu prononcée (3 %), et est souvent gommée dans les arrondis finaux des calculs de l'écart-type ou de l'*emq*... Il me paraît donc inutile de faire un procès de chiffres mais plutôt de faire preuve de... tolérance !

V. TOLÉRANCES LÉGALES EN 2003

Ces nouvelles tolérances (arrêté du 16 septembre 2003) remplacent celles de 1980, et tiennent compte de l'évolution fulgurante des instruments électroniques.

Mesurer, soit ; mais avec quelle précision ?

« *Tous les travaux topographiques réalisés par l'État, les collectivités locales, ou pour leur compte, doivent satisfaire aux niveaux de précision requis par catégorie...* »
La précision d'un lever d'objets géographiques peut être spécifiée de 2 façons :

- **Par un modèle statistique Gaussien :**

  Il s'agit de vérifier les écarts entre les coordonnées de points levés d'un échantillonnage aléatoire, et les coordonnées contrôlées par un instrument **au moins 2 fois plus précis** que celui qui a servi au lever, selon les critères définis ci-après. C'est la méthode **la plus courante**.

- **Par un gabarit d'erreurs :**

  Pour chaque catégorie d'objets, on spécifiera le pourcentage d'écarts pouvant dépasser un premier seuil donné, le pourcentage de ceux qui peuvent dépasser un deuxième seuil donné... et ceci pour autant de seuils désirés. On pourra ainsi retenir le modèle statistique précédent tout en modifiant certains seuils.

Principes nouveaux

Les nouvelles tolérances légales reposent sur trois principes nouveaux :

- les contrôles de qualité sont **indépendants** des moyens mis en œuvre ;
- chaque client impose sa **propre** classe de précision ;
- on tiendra compte, selon le cas, des erreurs dues au **rattachement** au système national.

A. Indépendance des moyens

Les contrôles de qualité des points levés ne dépendent plus des moyens mis en œuvre, que ce soit l'instrument ou la méthodologie. On compare un échantillon de points (sommets de canevas et/ou points de détails) en les contrôlant avec un instrument et une méthode deux fois plus précis que ceux utilisés pour la détermination de ces mêmes points.

On rappelle que les tolérances de 1980 différenciaient les tolérances de nivellement selon que l'on utilisait un niveau ou un tachéomètre ! Et qu'elles admettaient une tolérance supplémentaire de 30 cm en fermeture polygonale pour l'emploi éventuel d'un ruban au lieu d'un distancemètre !

La classe étant imposée, le géomètre choisit l'instrument et la méthode adéquats pour la respecter !

Exemple

Pour respecter une catégorie imposée de précision 5 cm, je lève les points au moyen d'un tachéomètre dont les écart-types sont 5 mm et 1,5 mgon. Je sais que l'erreur de positionnement est d'environ 9 mm (soit T = 22 mm). Le seuil devrait être largement respecté !

Au contrôle, l'instrument utilisé doit avoir au moins pour écarts-types : 2,5 mm et 7,5 dmgon.

Ou à défaut, j'utilise le même instrument mais je détermine 4 fois les mesures, ce qui aura pour effet de doubler sa précision !

B. Classe de précision imposée

Le client, public ou privé, pourra désormais exiger sa (ou ses) propre(s) classe(s) de précision CP pour un même chantier, et ce pour des objets topographiques bien spécifiés.

Exemples :

- P = 10 cm en planimétrie, pour les limites d'une parcelle ;
- P = 15 cm en planimétrie pour les points de bâtiments intérieurs ;
- A = 3 cm en altimétrie pour les points cotés.

On pourra éventuellement s'inspirer des catégories de 1980, où le facteur Q est proche de CP, tout en se réservant la faculté d'en imposer d'autres, plus ou moins strictes !

Nature des points	Catégorie	Q, peu différent de CP	Échelle correspondante, à titre indicatif
Planimétrie	P1	2 cm	1/100
	P2	4 cm	1/200
	P3	10 cm	1/500
	P4	20 cm	1/1 000
	P5	40 cm	1/2000
	P6	1 m	1/5 000
Altimétrie par points cotés	A1	1 cm	
	A2	2 cm	
	A3	4 cm	
	A4	10 cm	
	A5	20 cm	

Tableau 28

C. Contrôle du respect de cette catégorie

Une fois l'échantillon de points à sonder déterminé (au hasard), on procède au lever de contrôle et on détermine les nouvelles coordonnées, à comparer avec celles obtenues lors du lever (ou implantation). Il peut s'agir de comparer un positionnement en planimétrie (coordonnées bidimensionnelles X,Y), un positionnement en altimétrie (coordonnée unique Z) ou un positionnement dans l'espace (coordonnées tridimensionnelles X,Y,Z). En fonction du positionnement contrôlé, un facteur K sera affecté :

Positionnement	Calcul des écarts	Facteur K
En Z	e = DZ	3,23
En X,Y	$e = \sqrt{DX^2 + DY^2}$	2,42
En X,Y,Z	$e = \sqrt{DX^2 + DY^2} + DZ^2$	2,11

Tableau 29

On en déduit donc tous les écarts individuels, en valeur absolue, pour mettre en évidence un écart moyen de positionnement (emp) égal à :

$$\boxed{\textbf{emp} = \sum \frac{\text{écarts individuels}}{n}}$$

Pour satisfaire à la qualité requise, il faudra respecter trois critères :

- critère n° 1 : **emp** < valeur T1 ;
- critère n° 2 : un nombre d'écarts « n' » peut dépasser une valeur T2 ;
- critère n° 3 : aucun écart ne peut dépasser une valeur T3.

Critère n°1 : emp < T1

$$T1 = CP.\left(1 + \frac{1}{2c^2}\right)$$

avec : CP = classe de précision
c = coefficient de sécurité

Exemple : si l'instrument de contrôle est trois fois plus précis que celui qui a servi au lever, le coefficient c de sécurité est de 3. En général, **c = 2** ! Plus l'instrument de contrôle est précis, moins il entache les mesures de contrôle !

Critère n°2 : nombre limité n' d'écarts > T2

Ce critère est fonction de l'écart moyen de positionnement (emp) et du nombre de coordonnées (Z, XY ou XYZ) qui définissent chaque point (voir facteur K dans le Tableau 29, page 82).

$$T2 = K.T1$$

avec : K = facteur fonction du nombre de coordonnées par point

Le nombre d'écarts **n'** qui peut dépasser ce seuil est donné par la formule :

$$n' = 0{,}01n + 0{,}232.\sqrt{n}$$

avec : n = nombre de points contrôlés. Prendre le nombre entier supérieur.

À titre indicatif, le tableau suivant donne le nombre d'écarts pouvant dépasser la valeur T2, en fonction du nombre de points contrôlés :

n	de 1 à 4	de 5 à 13	de 14 à 44	de 45 à 85	de 86 à 132
n'	0	1	2	3	4

Tableau 30

Critère n°3 : aucun écart > T3

En reprenant les valeurs évoquées ci-dessus :

$$T3 = 1{,}5.K.T1$$

Remarque : sauf spécification contraire figurant au cahier des charges, les classes de précision sur les lignes joignant des points non identifiables (courbes de niveau, cercles...) s'appliquent à l'écart entre le terrain nominal et les segments de droite joignant ces points. Cet écart est mesuré par la plus petite distance entre le point de contrôle et la ligne levée, chaque point de contrôle étant choisi le plus près possible de l'un des points levés.

Exemple numérique

Contrôle de 10 points levés pour une classe de précision CP imposée = 40 mm. Le contrôle a été effectué au moyen d'un instrument 2 fois plus précis, d'indice de contrôle c = 2.

Écart moyen de positionnement *emp* = 23 mm.

- Critère n°1 : T1 = 45 mm
  Donc emp est largement inférieur à ce premier seuil.
- Critère n°2 : T2 = 109 mm et n' = 1
  J'ai droit à un écart > 109 mm, ce qui est satisfait ici.
- Critère n°3 : T3 = 163 mm
  Aucun des écarts individuels ne dépasse cette valeur.

N° Points	X,Y du lever		X,Y du contrôle		Écarts en mm $e = \sqrt{DX^2 + DY^2}$
1	100,00	500,00	100,01	500,02	22 mm
2	110,42	510,50	110,42	510,53	30 mm
3	120,54	501,60	120,56	501,59	22 mm
4	125,70	515,21	125,74	515,21	40 mm
5	136,00	520,60	136,02	520,60	20 mm
6	150,11	540,15	150,11	540,14	10 mm
7	160,02	535,40	160,03	535,41	14 mm
8	180,60	601,12	180,61	601,10	22 mm
9	190,75	580,00	190,75	580,02	20 mm
10	200,44	580,08	200,41	580,08	30 mm

La qualité du lever est donc requise !

D. Erreur de rattachement

Selon le cahier des charges, il ne sera tenu compte que des erreurs **internes** (système local) ou que des erreurs de **rattachement** (dégradation due à l'ajustement du système local dans un réseau légal donné), ou de l'erreur **totale** qui résulte de la composition quadratique des erreurs internes (ei), des erreurs de rattachement (er) qui tiennent compte à la fois de l'erreur propre au réseau légal de référence et de l'erreur instrumentale de transfert :

$$\boxed{\text{erreur totale} = \sqrt{ei^2 + er^2}}$$

Les classes de précision des **canevas** peuvent donc être spécifiées selon **tout** ou **partie** des quatre critères possibles :

- classe de précision planimétrique totale ;
- classe de précision planimétrique interne ;
- classe de précision altimétrique totale ;
- classe de précision altimétrique interne.

La classe de précision de rattachement demandée doit être déterminée par le client en fonction de ses contraintes économiques et des risques encourus par un rattachement de classe de précision insuffisante ! L'erreur interne sera donc évaluée au travers d'un calcul de l'ensemble des mesures sous forme de réseau libre.

Exemple 1

Une parcelle est levée en système local d'une seule station. Tous les sommets ont donc un écart-type relatif au rayonnement par un tachéomètre courant, soit environ 5 mm. L'erreur interne sur chaque sommet de la parcelle est donc de 5 mm.

Erreur interne sur chaque sommet = 5 mm

Si on rattache la station au moyen d'un GPS par rapport au RGP (en RGF93), l'erreur interne sera dégradée de l'erreur de rattachement, combinaison de l'erreur du RGP (5 mm) et du GPS (8 mm pour une ligne de base de 6 km), soit :

$$er = \sqrt{(5)^2 + (8)^2} = 9{,}4\,\text{mm}$$

D'où :

$$\text{Erreur totale} = \sqrt{(ei)^2 + (er)^2} = 11\,\text{mm}$$

$$\text{Erreur totale sur chaque sommet} = 11\,\text{mm}$$

Remarque : comme tous les points ont été levés de la même station, ils gardent entre eux la même précision intrinsèque de 5 mm. Ce ne sera plus le cas si on calcule une distance avec des sommets d'un autre lever voisin rattaché en RGF93 !

Exemple 2

On doit effectuer un cheminement de nivellement de 500 m avec une précision du mm. Pour cela on utilise le matériel de haute précision qui garantira cet objectif.

Il serait absurde de partir d'un repère NGF pour se refermer sur un autre repère NGF, sachant que l'erreur sur chaque repère est de 5 mm ! En effet, le rattachement à ces deux repères va dégrader sérieusement la précision interne du mm.

VI. CONCLUSION GÉNÉRALE

Les tolérances 2003 sont simples en ce sens que seul le contrôle final compte : le respect des trois critères pour le modèle statistique. Mais comment anticiper ce respect des seuils imposés lors du lever ?

En effet, c'est simple de prévoir les précisions attendues des sommets d'une polygonale qui seraient déterminés au moyen du RGP. Mais plus délicat si les sommets sont déduits d'une polygonale tachéométrique.

Quelques pistes en vérifiant la valeur de :

- fermeture d'un cheminement polygonal classique ;
- fermeture d'un cheminement de nivellement direct ;
- fermeture d'un cheminement de nivellement indirect ;
- écarts individuels après adaptation d'Helmert ;
- écarts individuels après compensation par moindres carrés ;
- écart moyen quadratique d'un relèvement, d'une insertion ;
- contrôle préalable selon les critères ci-dessus ;
- écart moyen quadratique dégagé par un calcul en bloc ;
- analyse des ellipses de tolérances données par certains logiciels ;
- etc.

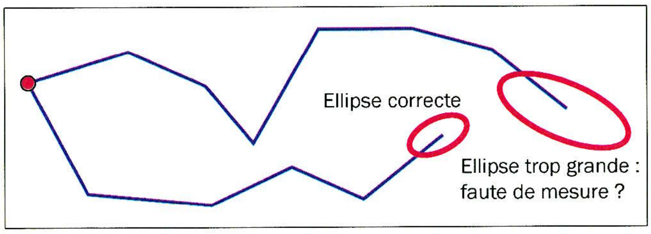


Figure 120. Ellipses de tolérances calculées par le logiciel de calcul © ECS

La direction du grand axe de l'ellipse indique le sens prépondérant de la déformation du cheminement. La taille de l'ellipse est significative de la précision du cheminement.

Règle à suivre

Le contrôle du plan n'est basé que sur le sondage final : il est donc prudent de vérifier certains objets avant la confrontation définitive et, surtout, de se ménager des contrôles intermédiaires (fermeture de polygonales, emq de point d'appui, d'insertion, de points nodaux...) en se basant sur les formules de tolérance de 1980, en **remplaçant** les valeurs imposées par les écarts-types attendus des instruments et des méthodes utilisés.

On s'efforcera en tout état de cause de mesurer avec une précision voisine (un peu meilleure) de la classe de précision imposée.

Voir ces formules en annexe.

Si l'emq d'une opération topométrique est bien significative d'une précision, seule la double détermination permet de dégager avec certitude la qualité d'une mesure !

Résumé du chapitre 5

Il faut distinguer :

- *les erreurs systématiques qui se reproduisent identiquement dans les mêmes conditions de mesure ; elles ne sont pas graves car elles s'éliminent par calcul, mode opératoire, réglage ou procédure électronique ;*
- *les erreurs accidentelles (ou écarts-types), **imprévisibles**, mais dont on connaît les limites en fonction de la méthode et de l'instrument utilisés ; la compétence de l'opérateur et les données climatiques conditionnent aussi la qualité des mesures.*

*L'écart-type σ d'un instrument est la précision moyenne que l'on peut attendre d'une mesure (2 chances sur 3 de ne pas dépasser cette valeur !). Dans le pire des cas, la précision peut atteindre au **maximum 2,58 fois l'écart-type** : au-delà, on est hors tolérance.*

Combinaison des σ

*Les écarts-types se cumulent toujours par leurs **carrés** :*

$$\text{Erreur totale} = \sqrt{\sigma 1^2 + \sigma 2^2 + \sigma 3^2 + \ldots}$$

Quand une tolérance imposée par le client risque d'être dépassée, il faut soit prendre un instrument plus précis, soit réitérer les mesures. L'erreur totale est alors divisée par $\sqrt{n}$, où n est le nombre de réitérations.

*Enfin, la précision d'un chantier est caractérisée par son **erreur moyenne quadratique** : on relève tous les écarts ei constatés entre les mesures de façades de contrôle et les mesures homologues obtenues par le calcul des points du MNT (fichier) :*

$$emq = \sqrt{\frac{e^2}{n}}$$

***Remarque** : la petitesse de l'emq ne met pas à l'abri d'une compensation de gros écarts : seule la **double détermination** d'une mesure est vraiment significative de la précision d'une mesure ! Attention aux calculs en bloc !*

Précision interne et rattachement

La précision interne d'un chantier relève exclusivement des erreurs instrumentales (ei) causées durant le lever.

L'erreur de rattachement (er) est due au fait de transférer le lever local dans le système général (RGF93 ou NGF) : elle combine d'ailleurs l'erreur de positionnement absolu du point de référence et les erreurs instrumentales nécessaires à ce rattachement. Dans l'absolu, l'erreur sur chaque point levé devient : $\sqrt{ei^2 + er^2}$. Ce qui signifie que tous les points du chantier sont rattachés au même point IGN, ils sont tous dégradés de la même quantité : la précision interne est donc conservée. C'est ce qu'on appelle du Lambert ou du NGF moyens.

Par contre, le rattachement du chantier à plusieurs points IGN (sauf point nodal sur un seul point) risque de dégrader la précision interne, à moins que la qualité des points IGN soit de loin supérieure à celle des points levés ! Ce qui est bon pour les contrôles ne l'est pas forcément pour la qualité.

***Remarque** : l'erreur de rattachement comporte à la fois l'erreur sur le point IGN et l'erreur instrumentale nécessaire au rattachement du chantier.*

Nouvelles tolérances 2003

Elles reposent sur trois fondements :

- *les contrôles de qualité sont indépendants des moyens mis en œuvre ;*
- *chaque client impose sa propre classe de précision ;*
- *on tient compte ou non, selon le cahier des charges, des erreurs dues au rattachement : erreurs internes ou erreurs totales.*

Aujourd'hui, la classe de précision se confond pratiquement avec l'écart-type moyen !

Pour le contrôle d'un chantier, la notion d'emq disparaît au profit d'un emp (écart moyen de positionnement, moyenne arithmétique ici), qui devra respecter 3 critères :

- *emp < valeur T1 ;*
- *un nombre d'écarts pouvant être > valeur T2 ;*
- *aucun écart > valeur T3.*

Les valeurs T1, T2 et T3 sont données par des formules adéquates (voir cours).

La classe de précision nouvelle correspond donc à peu près à l'écart-type exigé par les tolérances de 1980. Elle sert désormais de référence pour le choix des méthodes et des instruments.

L'autocontrôle se basera toujours sur des contrôles intermédiaires que sont les fermetures de cheminements et autres écarts. Les formules de l'arrêté de 1980 restent valables, à condition de remplacer les valeurs constantes par des valeurs appropriées (écarts-types instrumentaux, écarts-types de positionnement des stations, écarts-types des méthodes...).